

Fiche TD°03 du Module Analyse Numérique :

*Résolution des systèmes d'équations
Linéaire & Non-linéaire*

Exercice 1

Soit une fonction $f(x) = \cos(x) - x$ avec x dans $[0,1]$

Trouver une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = 0$ en appliquant les trois méthodes (choisir un nombre d'itérations)

- Dichotomie
- Newton
- La sécante

Exercice 2

Soit le système d'équations linéaires :

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_4 = 2 \\ -4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 7x_4 = -9 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 2 \\ -3x_2 - 12x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

- 1) Ecrire le système linéaire sous la forme matricielle $A X = B$.
- 2) Résoudre le système par la méthode de **Gauss**.
- 3) En déduire $\det A^{-1}$.

Exercice 3

On donne le système d'équations linéaires :

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -6 \end{cases}$$

- 1) Donner la matrice A du système.
- 2) Utiliser la méthode de **Gauss-Jordan** pour résoudre le système d'équations linéaires donné et pour calculer la matrice inverse A^{-1} .

Exercice 4

Résoudre, en utilisant la méthode de **Choleski**, le système linéaire suivant:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_3 = 5 \\ 3x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

- En déduire le déterminant de la matrice du système.

Exercice 5

Soit le système :

$$\begin{cases} 4x + 0.24y - 0.08z = 8 \\ 0.09x + 3y - 0.15z = 9 \\ 0.04x - 0.08y + 4z = 20 \end{cases}$$

- 1) Ecrire la procédure de Jacobi et étudier sa convergence.
- 2) Quel est le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre une précision de 10^{-3} ?
- 3) Faire autant d'itérations pour estimer la solution à 10^{-3} près.

Exercice 6

Soit le système d'équations linéaires :

$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 - x_3 = 12 \\ -x_1 + 10x_2 + 2x_3 = -6 \\ x_1 - 3x_2 + 12x_3 = 41 \end{cases}$$

- Utiliser la méthode de **Gauss-Seidel** pour trouver la solution du système donné avec une précision de 10^{-2} . On donne l'approximation initiale de la solution :

$$X^{(0)} = \begin{bmatrix} 1.9 \\ -0.8 \\ 2.9 \end{bmatrix}$$