

Fiche TD°02 du Module Analyse Numérique :
Dérivés & Intégrales

Exercice n°01

Soit la fonction $f(x) = \sqrt{x}$ donnée par le tableau :

x_i	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20
y_i	1	1.0247	1.0488	1.0724	1.0954

- 1- Trouver une valeur approchée de $f'(1)$.
- 2- Trouver une valeur approchée de $f'(1,025)$.

Exercice n°02

$f(x)$ est une fonction donnée par le tableau :

x_i	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20
y_i	2.7183	3.0005	3.3046	3.6319	3.9841

- 1- Trouver une valeur approchée de $f'(1)$ en ne tenant compte que des différences finies d'ordre inférieur ou égal à 3.
- 2- Évaluer l'erreur de dérivation.
- 3- Sachant que $f(x) = x e^x$, trouver la valeur exacte de $f'(1)$ et comparer le résultat à celui obtenu en (1).

Exercice n°03

1°/ Soit à calculer l'intégrale : $I = \int_a^b f(x) dx$.

1) Montrer que la méthode de *Simpson* reste exacte pour tout polynôme de degré inférieur ou égal à 3.

2) Soit $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, $a = 0$ et $b = 1$.

- En utilisant la méthode des trapèzes, comment choisir le pas h pour que l'erreur soit inférieure à 10^{-3} ?

- En prenant $h = 0.1$ estimer la valeur de I en utilisant la méthode des trapèzes puis celle de *Simpson*.

- Comparer avec le résultat théorique.

2°/ Calculer l'intégrale suivante avec trois chiffres significatifs en utilisant la méthode des trapèzes :

$$I = \int_0^1 \sqrt{1+x} dx$$

La solution exacte est :

$$I = -\frac{2}{3} + \frac{4\sqrt{2}}{3} \cong 1.21895141649...$$